C20

Find the eigenvalues, eigenspaces, algebraic multiplicities and geometric multiplicities for the matrix below. It is possible to do all these computations by hand, and it would be instructive to do so.

Encuentre los valores propios, vectores propios, multiplicidad algebraica, multiplicidad geome trica en la matriz dada. Es posible hacer todos los calculos sin necesidad de calculadora y seria instructivo hacerlo.

$$B = \begin{pmatrix} -12 & 30 \\ -5 & 13 \end{pmatrix}$$

The characteristic polynomial of B is :

El polinomio caracteristico de B es:

$$\begin{aligned} \text{pB(x)} &= \det\ (\text{B - x}\boldsymbol{I}_2) \\ &= \begin{vmatrix} -12-x & 30 \\ -5 & 13-x \end{vmatrix} \\ &= (-12-x)(13-x)-(30)(-5) \\ &= x^2-x-6 \\ &= (x-3)(x+2) \end{aligned}$$

From this we find eigenvalues $\lambda = 3,\ -2$ with algebraic multiplicities $\alpha_B(3)=1$ y $\alpha_B(-2)=1$. For eigenvectors and geometric multiplicities, we study the null spaces of $B - \lambda I_2$

De aqui encontramos los valores propios $\lambda = 3, -2$ con multiplicidad algebraica igual a $\alpha_B(3)=1$ y $\alpha_B(-2)=1$. Para los vectores propios y multiplicidad geometrica, estudiamos los espacios nulos de B-$\lambda\boldsymbol{I}_2$

Para $\lambda = 3$ $\qquad$ $\text{B - }3\lambda\boldsymbol{I}_2 = \begin{pmatrix} -15 & 30 \\ -5 & 10 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\varepsilon_B(3) = \mathcal{N}(\text{B-3I}_2) = \left\langle \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \right\rangle$$

Para $\lambda = -2$ $\qquad$ $\text{B + }2\lambda\boldsymbol{I}_2 = \begin{pmatrix} -10 & 30 \\ -5 & 15 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \boxed{1} & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\varepsilon_B(-2) = \mathcal{N}(\text{B+2I}_2) = \left\langle \left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \right\rangle$$

Each eigenspace has dimension one, so we have geometric multiplicities $\gamma_B(3)=1$ and $\gamma_B(-2)=1$

Cada espacio propio tiene dimension uno, entonces tenemos multiplicidad geometrica $\gamma_B(3)=1$ y $\gamma_B(-2)=1$

Contributed por Robert Beezer

Contribuido por Robert Beezer

Traducido por Jose M Tobon